



Les Tableaux de Karnaugh

1- INTRODUCTION

La réduction, pour une même expression, du nombre d'opérateurs et/ou du nombre de variables exprimées, conduit à une écriture simplifiée de cette expression.

Il existe un grand nombre de méthodes de simplification d'expression booléenne, parmi lesquelles on peut distinguer :

- la simplification par le **tableau de Karnaugh**

On construit le tableau de Karnaugh de la fonction à simplifier. On recherche les cases adjacentes qui ont pour valeur 1 et on les regroupe, par puissance de 2, en paquets les plus gros possibles.

À l'usage, cette méthode s'avère la plus performante.

2- CONSTRUCTION DU TABLEAU DE KARNAUGH

a) Tableau à 3 variables

S	a b			
	00	01	11	10
0				
1				

Binaire réfléchi
ou code GRAY

b) Tableau à 4 variables

S	a b			
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Variables
d'entrée

Variable de
sortie

3- EXEMPLES

Simplification de l'équation logique suivante : $S = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + abcd + a\bar{b}cd + ab\bar{c}\bar{d}$, avec le tableau de Karnaugh.

S		a b			
		00	01	11	10
cd	00	0	1	1	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	1	1
	10	0	0	0	0

1^{er} regroupement : a change d'état et est éliminé, il reste : $b\bar{c}\bar{d}$.
 2^{ème} regroupement : b change d'état et est éliminé, il reste : acd .

$S = acd + b\bar{c}\bar{d}$ (équation réduite sous forme polynôme ou canonique en ou).

W		a b			
		00	01	11	10
cd	00	1	0	0	0
	01	1	0	0	0
	11	1	0	0	0
	10	1	0	0	0

$$W = \bar{a}\bar{b}$$

X

		a b			
		00	01	11	10
cd	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

$$X = \bar{b}$$

Y

		a b			
		00	01	11	10
cd	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

$$Y = \bar{b} \bar{d}$$

Z

		a b			
		00	01	11	10
cd	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	0	0	0

Écriture simplifiée par notation de Girard

$$Z = bd$$

4- EXERCICES

a) Simplifier à l'aide du tableau de Karnaugh l'équation logique suivante :

$$T = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + a\bar{b}c\bar{d}$$

		a b			
		00	01	11	10
cd	00	0	1	1	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1

$$T = b\bar{d} + c\bar{d}$$

b) D'après le tableau de Karnaugh ci-dessous, rechercher l'équation logique réduite.

		a b			
		00	01	11	10
cd	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	0	1
	10	1	1	1	1

Il suffit ici de prendre le 0 et de passer par le théorème de DE MORGAN.

$$\bar{U} = abcd$$

$$U = \bar{\bar{U}} = \overline{abcd}$$

$$U = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}$$

$$U = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}$$